



Modelo SIR (Susceptible-Infected-Recoved) para estimativa do número básico de reprodução (R_0) aplicado à covid-19 em Angola

Nelson Cândido

inefavel48@hotmail.com

Sem vinculação institucional

ORCID: 0009-0003-5886-9526

Resumo

Este estudo visou avaliar o avanço dos casos confirmados de covid-19 em Angola, através do modelo SIR. Os dados foram obtidos a partir dos boletins oficiais da Direcção Nacional de Saúde Pública e da Organização Mundial da Saúde (OMS) disponível em várias plataformas da

Internet. O objectivo foi descrever e calcular o R_0 através do modelo SIR. O método sugere o uso da base de dados disponível com as notificações dos casos, propondo uma análise simplificada do modelo de compartimento (*compartimental*) dos casos susceptíveis, infectados e removidos. Nesse momento, o modelo SIR sugere que Angola está em curva ascendente de casos.

Abstract

This study aimed to assess the progress of confirmed cases of Covid-19 in Angola, using the SIR model. The data were obtained from the official bulletins of the National Directorate of Public Health (DNSP) and the World Health Organization (WHO) available on various web platforms. The objective was to describe and calculate R_0 using the SIR model. The method suggests the use of the available database with case notifications, proposing a simplified analysis of the compartment (*compartimental*) model of susceptible, infected and removed cases. At this point, the SIR model suggests that Angola is on an upward curve of cases.

1. Introdução

A pandemia da covid-19, identificada em Dezembro de 2019, atingiu mais de 200 países com graus variados de infecção, mortalidade e recuperação, promovendo diversas pesquisas em várias áreas do saber, para minimizar os efeitos causados. Com objectivo de auxiliar futuras estratégias epidemiológicas e definir prioridades em termoa de saúde pública, apresentamos este artigo sobre o potencial de transmissão nas localidades afectadas pelo vírus. Angola anunciou o surgimento dos primeiros casos a 21 de Março de 2020. No intuito de combater o avanço da pandemia, alguns governos têm adoptado medidas distintas, tais como: higienização, uso de máscara, aumento no número de agentes da saúde, aquisição de insumos, medidas de isolamento social, entre outras, como preconizado pela Organização Mundial da Saúde (OMS) e pelo envolvimento por parte de vários sectores para minimizar a propagação da covid-19. A modelagem matemática é uma parte essencial desse esforço. Um modelo de doença bem projectado pode ajudar

a prever o curso provável de uma pandemia e revelar as estratégias mais promissoras e realistas para sua contenção.

Em Angola há actualmente 916 casos catalogados de covid-19 e tem-se demonstrado o seu aumento mesmo após cerca de 127 dias, distribuídos em períodos de estado de emergência e estado de calamidade pública, observando algumas restrições sociais. Nesse sentido, a avaliação do potencial de transmissão ou número básico de reprodução (R_0) com base no modelo SIR pode servir como ferramenta para verificar se as medidas impostas até o momento estão surtindo efeito sobre o avanço de casos confirmados de covid-19, já que este tipo de análise é comumente aplicado em estudos populacionais e a expressão matemática apresenta parâmetros esclarecedores segundo o objecto de avaliação, também podendo deduzir-se a velocidade e aceleração do que se observa ou ainda estimar o surgimento de novos cenários.

2. Fundamentação

O número básico de reprodução, R_0 , é uma medida fundamental da eficiência com que uma doença transmissível se espalha. Refere-se ao número médio de pessoas às quais uma pessoa infecciosa transmite o vírus, no início da epidemia ou pandemia, quando não há imunidade acumulada na população.

A base de dados para a estimação do R_0 corresponde à notificação de casos da DNSP, os dados analisados equivalendo ao período desde a data da primeira notificação de covid-19 em Angola, 21 de Março de 2020, a 25 de Julho de 2020, um período de 127 dias, iremos.

Este estudo teve como objectivo dimensionar o R_0 da covid-19 em Angola por meio do modelo SIR dos dados observados até à data de 25 de Julho de 2020.

2.1. Aspectos teóricos do modelo SIR

O modelo compartimental SIR (Susceptible-Infected-Recovered) foi proposto por Kermack e McKendrick em 1927. Neste modelo SIR, a população é dividida em 3 subgrupos ou classes: Susceptíveis, Infectados e Removidos (recuperados ou mortos):

Susceptíveis (S): É composto por pessoas que podem contrair a doença através do contacto com pessoas infectadas;

Infectados (I): É composto por pessoas que contraíram a doença e podem transmiti-la;

Removidos (R): Representa as pessoas que morreram ou se recuperaram tornando-se imunes.

O fluxo é unidireccional $S \rightarrow I \rightarrow R$ e baseia-se nas seguintes hipóteses adicionais: a variação da população susceptível é proporcional ao número de contactos populações susceptíveis e infectados. A variação da população de removidos é proporcional à população infectada. E a variação da população infectada é a variação da população removida. A determinação de R_0 é um objectivo fundamental dos profissionais de saúde ligados a epidemiologia, mas o que torna essa variável importante tão útil? R_0 é essencialmente uma métrica de quão contagiosa é uma doença. Simplesmente colocado, R_0 corresponde ao número médio de pessoas numa população susceptível em que uma única pessoa infectada irá espalhar a doença para o curso de infecção. O R_0 pode assumir três cenários básicos:

- Se $R_0 < 1$, isso significa que, em média, uma pessoa infectada infecta menos de uma pessoa. Nesse cenário, espera-se que a doença pare de se espalhar.

- Se $R_0=1$, isso significa que, em média, uma pessoa infectada infecta uma pessoa. Nesse cenário, assume-se que a capacidade de contágio da doença é estável, ou endêmica, e não se espera que o número de infecções aumente ou diminua.
- Se $R_0 > 1$, isso significa que uma pessoa infectada infecta mais de uma pessoa. Nesse cenário, espera-se que a doença se espalhe cada vez mais na ausência de intervenção.

Importa aqui salientar que as estimativas de R_0 mudam em função de surgimento de novos casos.

3. Metodologia

A equação do modelo SIR, para os casos Susceptíveis-Infectados-Recuperados, é dada por:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\beta S(t)I(t)}{N} \quad (1)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)\frac{I(t)}{N} - (\mu + \gamma)I(t) \quad (2)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \quad (3)$$

Onde:

β : Taxa de contacto

γ : Taxa de recuperação

μ : Taxa de mortalidade

Através deste modelo e com base na manipulação algébrica, é possível achar a razão de reprodução básica (R_0) determinada como a média de infecções causada por um indivíduo. A obtenção deste parâmetro é extremamente importante no âmbito da saúde pública, porque descreve a ocorrência da pandemia e seus efeitos.

A estimativa de R_0 pode ser feita de diferentes formas (Dietz, 1993):

Para esse estudo de R_0 , usaremos a estimativa da fase inicial de crescimento da pandemia da covi-19. Para tal defini que:

A equação (2) para os infectados em um modelo SIR é:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)\frac{I(t)}{N} - (\mu + \gamma)I(t) \quad (2)$$

$$\text{Com } N(t) = S(t) + I(t) + R(t).$$

A expressão (2) é equação para variação dos infectados ao longo do tempo em SIR.

No início da pandemia, o número de infectado é exíguo, nesse caso, a população susceptível é praticamente a população total, ou seja, $S(t) \approx N$, logo, tomamos $N(t) = N$.

Substituindo $S(t) \approx N$ na equação (2), temos:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta I(t) - (\mu + \gamma)I(t) = [\beta - (\mu + \gamma)]I(t) \quad (4)$$

A equação (4) tem uma solução exponencial:

$$I(t) = I(0)e^{[\beta - (\mu + \gamma)]t}$$

Como apresentado, R_0 pode assumir três cenários básicos. Aqui apresentamos os possíveis, usando o modelo SIR:

- Se $R_0 = 1$, temos a igualdade $\beta - (\mu + \gamma) = 0 \Rightarrow \beta = (\mu + \gamma)$.
- Se $R_0 < 1$, o factor $\beta - (\mu + \gamma) < 0$, nesse caso, a doença torna-se controlada ou seja, afigura-se o cenário de diminuição dos casos.

- Se $R_0 > 1$, o factor $\beta - (\mu + \gamma) > 0$, nesse caso, a doença cresce, ou seja, afigura-se o cenário de aumento dos casos, com

$$R_0 = \frac{\beta}{\mu + \gamma} \quad (5)$$

Onde:

Vamos analisar o tempo em que o número de infecções duplica $I(t_d) = 2I(0)$ é:

$$t_d = \frac{\ln 2}{\beta - (\mu + \gamma)} \quad (6)$$

A taxa de contacto mede a quantidade média de contactos entre a pessoa infectada e pessoas susceptíveis. A taxa de contactos é um parâmetro difícil de estimar. Para tal, devemos aplicar alguns conhecimentos de álgebra, para que a estimativa de R_0 seja obtida sem que haja necessidade de estimar β considerando $R_0 = \frac{\beta}{\mu + \gamma}$.

Isolando β na equação (6)

$$\beta = \frac{\ln 2}{t_d} + (\mu + \gamma) \quad (7)$$

Substituindo (7) em (5), temos:

$$R_0 = \frac{\frac{\ln 2}{t_d} + (\mu + \gamma)}{\mu + \gamma}$$

$$R_0 = \frac{\ln 2 + t_d(\mu + \gamma)}{t_d} * \frac{1}{(\mu + \gamma)}$$

$$R_0 = 1 + \frac{\ln 2}{t_d(\mu + \gamma)}$$

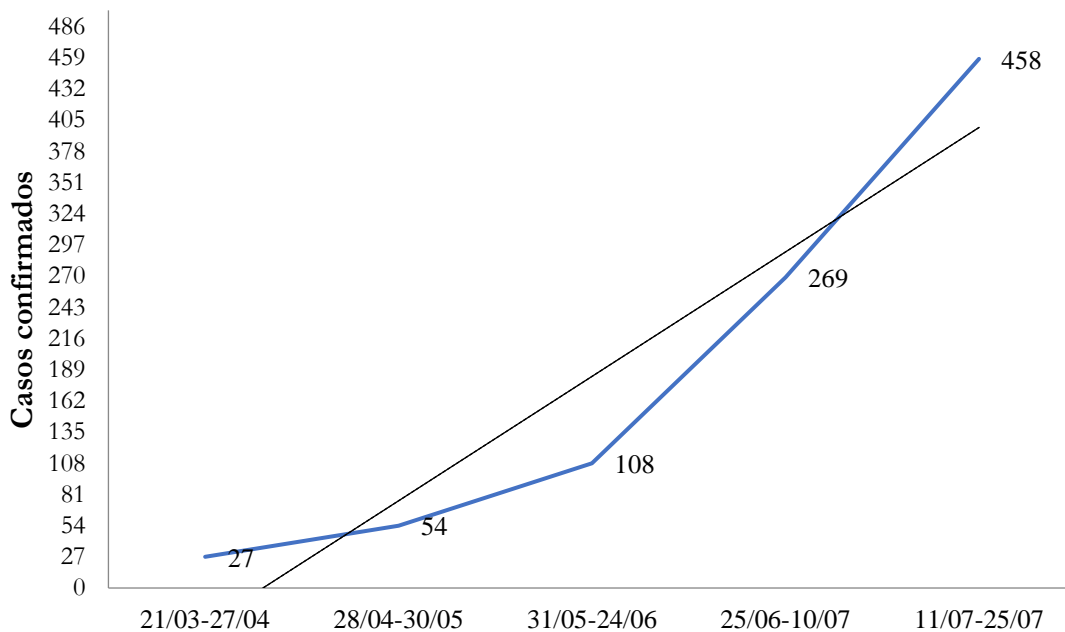
Assumindo a informação disponível desde a data da primeira notificação de casos até a data de 25 de Julho, temos:

$$R_0 = 1 + \frac{0,6931}{38,9636}$$

$$R_0 = 1,02$$

4. Análise do período de duplicação de novos casos desde a data da primeira notificação

Gráfico n.º 1: Registo de tempo para duplicação de novos casos



O gráfico nº. 1 mostra a trajetória de surgimento de novos casos. Desde a primeira notificação dos casos de covid-19 em Angola, nos primeiros três intervalos de tempo, os dias necessários para a duplicação dos números de casos variaram de 31 a 25 dias. Observando os dois últimos intervalos, a taxa de duplicação de casos aconteceu num período de 16 dias.

Gráfico nº. 2: Mortalidade vs. Recuperação no período de duplicação de casos confirmados

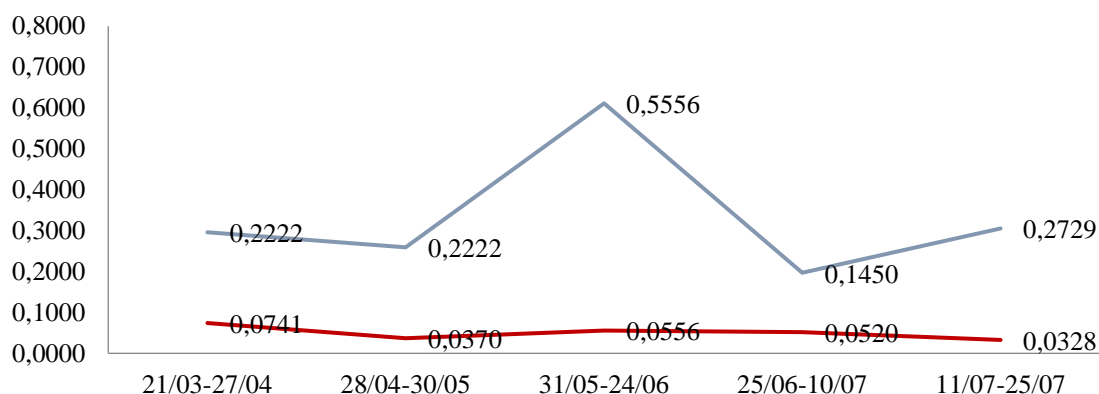


Gráfico nº. 2 mostra que, em todos períodos onde se registou a duplicação dos casos, as taxas de recuperação são mais altas do que as taxas mortalidade, sendo este um bom indicador, no período de publicação dos casos, nos primeiros 39 dias de infecção.

5. Conclusão

A fim de compreender melhor o contexto e a importância da estimação do R_0 , devemos ter em consideração que o R_0 é uma medida que pode ser usada para determinar a transmissão de doenças infecciosas dinâmicas e as ameaças que os novos surtos representam para a saúde pública. Trata-se de uma estimativa de contágio que é função do comportamento do ser humano e das características biológicas do agente infeccioso.

O modelo SIR, aplicado aos dados até agora disponíveis, apresenta $R_0=1.02$, o que significa que, em média, uma pessoa infectada acaba por infectar uma pessoa susceptível e exposta ao vírus.

O foco dos especialistas em saúde pública, observando o desenrolar da pandemia de covid-19, tem sido a supressão, ou seja, reduzir para menos de 1, isolando as pessoas infectadas, diminuindo o número de casos e mantendo essa situação até que uma vacina esteja disponível.

6. Sugestões e Recomendações

- O modelo SIR ora apresentado poderá ajudar a estimação de novos casos para períodos longos;
- Recomendamos o dimensionamento do número de reprodução efectiva (R_e), que mostra de forma consistente como a doença se propagará com $R_e \geq R_0$.
- Recomendamos a estimação do R_0 e R_e nos municípios afectados com objectivo de direccionar melhor as políticas de combate à covid-19.
- Pela necessidade de compreender a proliferação de doenças do ponto de vista dinâmico, sugerimos a criação da área da epidemiologia matemática, com objectivo de propor modelos que possam ajudar a traçar políticas de controlo de doenças;
- Sugerimos a criação de um centro de modelagem matemática para doenças infecciosas;
- É preciso disseminar informações que concorrem para a educação da população sobre a gravidade da covid-19 e seu papel como agente de prevenção;

Agradecimentos

Meus agradecimentos à Direcção Nacional de Saúde Pública, pelo desafio, na pessoa da Dra. Helga Freitas.

Ao Dr. Herinelto Casimiro, cientista Jr., pela colaboração científica.

Bibliografia

- (1) Boletins informativos da Direcção Nacional de Saúde Pública;
- (2) Cândido, Nelson, Modelo matemático para estimativa dos determinantes da propagação, contenção da Covid-19 em Angola (<https://documentcloud.adobe.com/link/track?uri=urn:aaid:scds:US:ee263977-3779-4629-8530-4d73ffe04439>)
- (3) P. R. Zingano, Observações sobre previsões da evolução da Covid-19 por modelos matemáticos, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Abril/2020 (disponível em:
- (4) <https://www.ufrgs.br/ime/observacoessobre-previsoes-da-evolucao-da-covid-19-por-modelos-matematicos>)
- (5) Kermack W. O. e McKendrick A. G. (1927). Contributions to the mathematical theory of epidemics. I. Proceedings of the Royal Society, Series;
- (6) K. Dietz, The estimation of the basic reproduction number for infectious diseases. Statistical Methods in Medical Research 2: 23–41 (1994)
- (7) Devore, Jay L. 1945. “Probabilidades e Estatística para Engenharia e Ciências”
- (8) Francis, Andre e Mousley, Ben “Business Mathematics and Statistics”
- (9) Diekmann O. e Heesterbeek J. A. P. (2000). Mathematical epidemiology of infectious diseases: model building, analysis and interpretation. Chichester: Wiley. [The modern theory of epidemic models presented with numerous mathematical exercises and their solution.]
- (10) Lanese, Nicoletta. 2020. “How Far Could the New Coronavirus Spread?” Live Science, January 31, 2020. <https://www.livescience.com/how-far-will-coronavirus-spread.html>.
- (11) <https://www.covid19.who.int/region/afro/country/ao>
- (12) <https://www.cmmid.github.io/topics/covid19/>
- (13) <https://triplebyte.com/blog/modeling-infectious-diseases>

<https://www.who.int/docs/default-source/coronaviruse/who-china-joint-mission-on-covid-19-final-report.pdf>