

Elasticidade-preço da procura ajustada

Me. Pascoal de Guimarães

pascoalguimaraes3@gmail.com

Sem vinculação institucional

Orcid: 0000-0002-4662-2871

Resumo

O presente estudo versa sobre o alinhamento do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura à realidade ditada pelo comportamento dos consumidores e pela prática da teoria económica, bem como a sua harmonia com o correspondente modelo funcional exponencial. Por conseguinte, propõe um novo modelo para a elasticidade-preço da procura, que, além de corrigir a ineficiência do modelo tradicional quando em face a variações de preço de larga amplitude, toma-o como um caso limite seu para quando se trata de variações de preço de pequenas proporções.

Palavras-Chave: Procura, Elasticidade, Elasticidade ajustada, Variações de preço, Variações da procura.

Abstract

The present study addresses the alignment of the traditional price elasticity model of demand to the reality dictated by consumer behavior and the practicality of the economic theory, as well as its harmony with its corresponding exponential functional model. Therefore, it proposes a new model for price elasticity of demand which, in addition to correcting the inefficiency of the traditional model in the presence of wide-range price changes, takes it as its limit case when it comes to small price variations.

Keywords: Demand, Elasticity, Adjusted elasticity, Price changes, Demand changes.

1 Introdução

Uma das grandes características dos estudos económicos e econométricos actuais tem sido a modelagem das relações entre as variáveis micro ou macroeconómicas com base no ajustamento dos modelos criados ao diagrama de dispersão dos dados observados disponíveis. Esta matematização desenfreada das relações entre as variáveis económicas, que presta maior ênfase ao equacionamento da função que melhor reflecte a disposição dos dados, sem a necessária atenção ao comportamento dos consumidores (cujo agir constitui o manancial do sentido das relações matemáticas entre tais variáveis), tem provocado um constrangimento a muitos modelos desenvolvidos, na medida em que estes tornam-se funcionais apenas dentro de determinado intervalo dos dados observados, sendo ineficientes fora deste.

Carroll (2001), aquando da sua abordagem sobre a funcionalidade da função de consumo log-linearizado de Euler, referiu que “It seems clear, therefore, that there will be ranges of parameter values where time-series estimation of the Euler equation will work and ranges where such methods will fail”. Carroll, na sua conclusão, ainda acrescenta que “estimation of consumption Euler equations using instrumental variables methods on cross-section household data should be abandoned” (p. 28).

Vali (2016), no seu estudo da função quadrática da procura, não obstante ter obtido resultados satisfatórios para o objectivo que se propusera, apresenta neste mesmo trabalho, como todas as funções quadráticas da procura, uma função inversa da procura que apenas tem significado real quando o preço se situa dentro de um intervalo, sendo que, fora deste, os resultados são irreais ou desprovidos de significado prático.

Marshall (1920), pioneiro na definição do conceito de elasticidade-preço da procura, expressa a elasticidade como o rácio entre a variação das quantidades procuradas e a variação do preço, a partir dos deslocamentos das curvas da procura e da oferta¹ (p. 318), fazendo, entretanto, a sua abordagem percentual, em notas de rodapé, sem a ter formulado em termos de logaritmos, como se segue:

“We may say that the elasticity of demand is one, if a small fall in price will cause an equal proportionate increase in the amount demanded: or as we may say roughly, if a fall of one per cent. in price will increase the sales by one per cent.: that it is two or a half, if a fall of one per cent. Respectively in the amount demanded; and so on” (p. 86).

Contudo, a posterior materialização da abordagem sobre a elasticidade em termos de logaritmos contribuiu para a multiplicação da utilização dos logaritmos na análise econométrica, pelo que, hoje, “Normalmente o economista usa e abusa de modelos de elasticidades constantes”, como refere Andrade (2004), acrescentando ainda que “‘gostamos’ de modelos lineares de variáveis previamente transformadas em logaritmos. Porém, ficarmos por relações deste tipo é limitarmos excessivamente a nossa imaginação e capacidade” (p. 9).

O autor continua, reforçando que “Só aparentemente um modelo de elasticidade constante é equivalente a um modelo linear em termos de taxas de crescimento. O primeiro será escrito em termos de logaritmos de observações em níveis e o segundo em primeiras diferenças desses logaritmos. Mas eles são profundamente diferentes do ponto de vista das variáveis que usamos... O economista sem conhecimento de econometria não imagina as diferenças entre uma e outra forma de apresentar o que afinal até é o ‘mesmo’” (p. 9).

Esta perspectiva, aliada ao facto de que, quando John Napier (1550–1617) desenvolveu inicialmente os logaritmos, o tenha abordado numa visão exclusivamente numérica (apesar de a sua aplicação em economia ter se revelado de extrema utilidade), reforça o pensamento de Andrade quando diz que “temos a obrigação de testar (e tentar) várias formulações que não ofendam a teoria económica”, dado que, ao garantirmos a harmonia com os fundamentos da teoria económica, “estamos também a contribuir para imunizar as nossas teorias” (p. 9). Todavia, tal harmonia é bem mais sólida quando alinhada ao pragmatismo do comportamento humano.

Botelho (2003) compila, entre várias, três fontes de variação da elasticidade-preço da procura ligadas ao nível de preço e sua variação:

1. Amplitude de preço — a partir de estudos realizados por Morris & Joyce (1988) e, Lilien et al. (1992), com base nos quais Botelho afirma que “A demanda pode ser mais inelástica a preços baixos e tornar-se mais elástica a medida que o preço sobe”;

2. Sentido de variação do preço — a partir de estudos realizados por Lilien et al. (1992), Uhl & Brown (1971) e Bultez (1975) —, em que, na narração de Botelho, em conformidade com tais pesquisas, “Um aumento de preço pode causar maior ou menor sensibilidade ao preço pelo comprador. O mesmo ocorre com uma redução de preços”.

3. Limiar de variação do preço — a partir de estudos realizados por Bucklin & Gupta (1999) —, em que, pelas palavras de Botelho, com base em tais estudos, “A variação de η ” — η sendo a elasticidade — “pode ser pequena dentro de um limite de preço, mas variar drasticamente além destes limites” (p. 41).

Esta inconstância do valor da elasticidade preço da procura, em face do preço e de suas variações, pode indiciar que o actual modelo de elasticidade preço da procura (massivamente difundido) se encontre, até

1 Tal explanação é feita com base na ilustração gráfica constante da análise em causa, em nota de rodapé.

certo ponto, à margem da psicologia do comportamento dos consumidores, quando limitados por condicionalismos específicos.

2 Elasticidade-preço da procura

O modelo tradicional de elasticidade-preço da procura abaixo apresentado

$$\frac{\Delta Q_D}{Q_{D_0}} = E_{p_d} \frac{\Delta P}{P_0} \leftrightarrow \frac{\Delta Q_D}{\Delta P} = E_{p_d} \frac{Q_{D_0}}{P_0} \quad (1)$$

permite apurar a sensibilidade da procura de um bem a variações de seu preço. Depreende-se a sua significância económica na medida em que, na sua forma funcional logarítmica, o mesmo ajusta-se aos princípios económicos e responde satisfatoriamente quando aplicado a uma vasta gama de dados reais. A sua consistência prática pode ser percebida por via da aferição matemática seguinte, onde E_{p_d} é substituída por α_1 , a elasticidade constante apurada sobre um conjunto de observações das variáveis quantidades procuradas e preço.

$$\int \frac{\Delta Q_D}{Q_{D_0}} = \alpha_1 \int \frac{\Delta P}{P_0} \rightarrow \ln Q_D + c_1 = \alpha_1 \ln P + c_2 \rightarrow Q_D = \alpha_0 P^{\alpha_1} \quad (2)$$

onde, $\alpha_0 = e^{c_2 - c_1}$. Como $\alpha_1 < 0$, então $\lim_{P \rightarrow \infty} Q_D = 0$. Isto é, hipoteticamente, quando o preço de um bem cresce infinitamente, os consumidores desistem de adquirir tal bem, o que satisfaz o princípio económico segundo o qual a procura decresce quando se verificam subidas do nível de preços. Neste caso hipotético, o preço extravasaria o nível de rendimento de qualquer consumidor, dando lugar a uma situação imaginária em que nenhum consumidor poderia, com os seus rendimentos, comprar tal bem. Por outro lado, caso o preço deste bem tenda para 0, este modelo, ainda assim, permite obter uma resposta que se coadune com os postulados económicos a esse respeito. Isto é, $\lim_{P \rightarrow 0} Q_D = \lim_{P \rightarrow 0} \alpha_0 P^{\alpha_1}$, e, sabendo que $\alpha_1 < 0$, temos que $\alpha_1 = -\omega$, com $\omega > 0$.

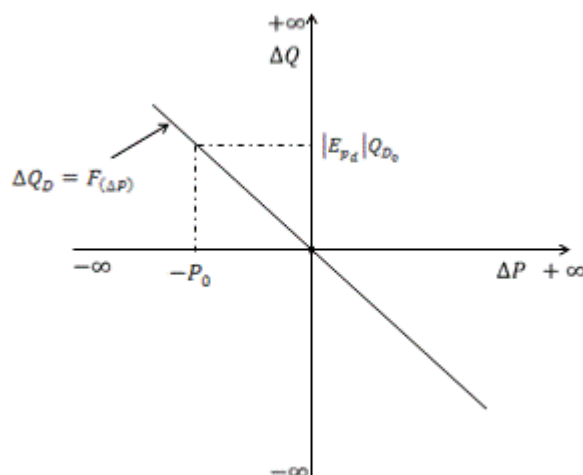
Deste modo, $\lim_{P \rightarrow 0} Q_D = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{\alpha_0}{P^\omega} \rightarrow \lim_{P \rightarrow 0} Q_D = \infty$. O mesmo é dizer que os consumidores estão dispostos a, ilimitadamente, adquirir um bem (económico) de que necessitem, quando este está disponível gratuitamente no mercado.

Retornando ao modelo da elasticidade-preço da procura na expressão (1), temos que

$$\Delta Q_D = E_{p_d} \frac{Q_{D_0}}{P_0} \Delta P \rightarrow \Delta Q_D = F_{(\Delta P)} \quad (3)$$

Ou seja, a variação registada sobre as quantidades procuradas de um bem é função das variações registadas no preço deste bem. Desta equação depreende-se que, quando $\Delta P = -P_0$, isto é, quando o preço observa uma diminuição igual ao seu valor absoluto, tornando-o igual a 0, as quantidades procuradas crescem até $-E_{p_d} Q_{D_0}$ (como no cálculo directo, sem a aplicação de módulo no resultado, $E_{p_d} < 0$, então, após tal variação de preço, a procura situar-se-ia em $|E_{p_d}| Q_{D_0}$, um valor positivo). O mesmo é dizer que os consumidores não desejam adquirir mais do que $|E_{p_d}| Q_{D_0}$ unidades de um bem, mesmo quando este bem (económico) é oferecido gratuitamente no mercado. Esta conclusão diverge com a ilação que se extrai do seu modelo funcional da expressão (2), $Q_D = \alpha_0 P^{\alpha_1}$, que permite inferir uma procura infinita do bem quando o seu preço tende para 0, ou seja, quando a variação do preço é negativa, ocorrendo a uma magnitude igual ao valor absoluto do preço ($\Delta P \rightarrow -P_0$).

Gráfico 1 – Elasticidade-preço da procura (adaptado a partir do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura).



Do gráfico acima, relativo a variações das quantidades procuradas como função das variações de preço, pode-se perceber ainda que a variação das quantidades procuradas é infinita e negativamente crescente ($\Delta Q_D \rightarrow -\infty$) quando a variação do preço do bem tende para infinito ($\Delta P \rightarrow +\infty$). Ora, aqui, um contrasenso se gera, na medida em que a procura de um bem não pode reduzir mais do que o volume das quantidades actualmente procuradas do bem, ou seja, a realidade quotidiana sugere-nos que, em todo o caso, $\Delta Q_D \geq -Q_{D_0}$.

3 Elasticidade-preço da procura ajustada

O não-alinhamento prático das ilações resultantes do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura, (1) $\lim_{\Delta P \rightarrow -P_0} \Delta Q_D = |E_{p_d}| Q_{D_0}$, e, (2) $\lim_{\Delta P \rightarrow +\infty} \Delta Q_D = -\infty$, sugere uma observação atenta sobre a forma como estão estabelecidas as relações entre as grandezas microeconómicas (quantidades procuradas e preço) e a forma matemática que melhor capta essa relação, gerando um ajuste mais fiel à realidade de suas interações.

Neste âmbito, a análise que se segue assenta no seguinte pressuposto:

1. Todos os consumidores do bem ainda não atingiram a sua utilidade máxima, permitindo-se, por isso, flutuar nas quantidades a adquirir do referido bem, dada alguma alteração do respectivo preço.

Da lei da procura sabe-se que, quando se verifica um aumento ou diminuição do preço de um bem normal sem que o rendimento do consumidor aumente, duas situações podem ocorrer:

- 1 A redução ou acréscimo das quantidades a adquirir deste bem; ou,
- 2 No caso de aumento do preço, a manutenção da compra das mesmas quantidades do bem, alavancadas pelo aumento do orçamento para este bem, pela contrapartida da redução das quantidades a adquirir de um ou vários outros bens menos prioritários.

Em função da utilidade que cada consumidor retira do bem, cada um poderá apresentar um comportamento que se alinhe com o mencionado na alínea a ou b. A tentativa de compreender o comportamento da procura de um bem, dada uma alteração do seu preço, entrará em cruzamento com as duas perspectivas citadas a priori dentro do conjunto de consumidores do bem. Todavia, dependendo do tipo de bem normal, a premissa da alínea b) não prevalece dada toda e qualquer alteração do preço do bem. A um determinado nível do preço do bem, o consumidor será obrigado a reduzir as quantidades a adquirir deste bem, alinhando-se assim com a premissa avançada na alínea a).

Ainda assim, do ponto de vista social, existem quantidades vitais a consumir de um bem económico que são o mínimo ou o nível legal e humanamente obrigatório, as quais, ao terem de ser alteradas por motivo do aumento do preço (que condicione o nível de consumo essencial de um número expressivo de consumidores do mercado), acarretam convulsões sociais que acabam pressionando a sua descida para

escalões mais aceitáveis. Diminuem, assim, a linearidade da relação quantidades procuradas-preço e fortificando a hipótese de não linearidade de suas relações, além de sugerir que o disposto na alínea a) não é válido para todo e qualquer nível de preço do bem, sob a condição de que o nível de renda do consumidor permanece inalterável. Ou seja, a determinado nível de quantidades de consumo, a subida de preço só é tolerável se esta for antecedida por um aumento dos rendimentos dos consumidores e caso aquela (a subida) permita um nível de aquisição de produtos não inferiores às quantidades vitais e essenciais, prévias e habitualmente adquiridas.

Do disposto na alínea a) (e, conforme referido a priori, sob a condição de que o rendimento dos consumidores permanece o mesmo), pode concluir-se que, dada uma variação positiva ou negativa do preço, a parcela do rendimento destinado a aquisição do bem é sempre a mesma, ainda que se tenha verificado uma redução ou aumento das quantidades a adquirir, isto é:

$$Q_{Dt}P_t = Q_{Dt-1}P_{t-1} \quad (4)$$

Do disposto na alínea b), com base na mesma condição, depreende-se que a parcela do rendimento destinado a aquisição das mesmas quantidades do bem após a subida de preço é maior do que a parcela anteriormente dedicada a aquisição daquele bem. Ou seja, prevalecerá a seguinte desigualdade:

$$Q_{Dt}P_t > Q_{Dt-1}P_{t-1} \quad (5)$$

Por outro lado, um número considerável de bens económicos não está ao alcance de um grande número de consumidores, isto em termos de capacidade de aquisição, ou tais consumidores adquirem quantidades marginais daquele bem. Por este motivo, é importante considerar que determinado nível de redução do preço do bem pode fazer que aqueles consumidores que não o podiam adquirir passem a adquiri-lo e aqueles que o adquiriam em quantidades marginais aumentem as quantidades a adquirir, tornando válido, para este grupo de consumidores, a seguinte desigualdade:

$$Q_{Dt}P_t > Q_{Dt-1}P_{t-1} \quad (6)$$

Para este mesmo grupo de consumidores, um aumento do nível de preço do bem pode levar a que aqueles que o adquiriam em quantidades marginais ressintam o efeito da variação do preço perdendo a sua capacidade aquisitiva. Isto obrigaria a que grande parte deles (aqueles que não possam efectuar cortes em outras despesas para adquirir as mesmas quantidades deste bem) deixasse de adquirir qualquer unidade deste bem, tornando válida a seguinte desigualdade:

$$Q_{Dt}P_t < Q_{Dt-1}P_{t-1} \quad (7)$$

Considerando estas quatro situações possíveis, donde resultam as expressões (4), (5), (6) e (7), serão válidas, para cada um dos grupos de consumidores, dada qualquer alteração do nível de preço, as seguintes identidades:

$$i \frac{Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = \frac{P_{t-1}}{P_t}; ii \frac{Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} > \frac{P_{t-1}}{P_t}; iii \frac{Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} < \frac{P_{t-1}}{P_t} \quad (8)$$

Dependendo de qual grupo de consumidores constitui maioria relativamente ao mercado de consumo deste bem, qualquer uma das situações acima pode ocorrer, quando feita a análise global do comportamento da procura do bem a variações de preço no mercado.

Ademais, da expressão (4) e da primeira identidade da expressão (8), e em conformidade com o disposto no ponto 1 e na alínea a) do mesmo, sob a condição de que os rendimentos são fixos, depreende-se que, como a parcela do rendimento destinado a aquisição de um bem específico mantém-se inflexível a uma variação do preço do bem, visto que esta inflexibilidade é salvaguardada com a compensação nas quantidades a adquirir (que, dependendo da variação do preço, pode aumentar ou diminuir), então, a proporção das quantidades actualmente procuradas sobre as quantidades anteriormente procuradas é igual à proporção do preço anterior sobre o preço actual.

Por outras palavras, e com base nestes mesmos pressupostos, se o preço se reduz, os consumidores aumentam as quantidades a comprar até o limite do rendimento destinado à aquisição deste bem, dado que o rendimento destinado à aquisição deste bem é o mesmo agora que antes da redução do preço. Assim, se o preço reduz em k%, e considerando válido o pressuposto de que os consumidores ainda não

atingiram a utilidade máxima do bem, a despesa a efectuar agora será igual a despesa anteriormente efectuada, visto que as quantidades a adquirir aumentarão igualmente até o limite do seu respectivo orçamento, de tal maneira que o peso percentual deste acréscimo das quantidades no novo valor de quantidades a adquirir será de $k\%$, ou seja, será igual ao valor percentual pelo qual o preço reduziu ($\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt}} = \frac{-\Delta P_t}{P_{t-1}}$); e o rácio entre as quantidades adquiridas hoje e as quantidades adquiridas antes da redução do preço será igual ao rácio entre o preço anterior e o preço actualmente praticado. Esta relação pode ser obtida da igualdade (8.i), onde temos que:

$$\frac{Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = \frac{P_{t-1}}{P_t} \rightarrow 1 + \frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = \frac{P_{t-1}}{P_{t-1} + \Delta P_t}$$

De onde resulta que,

$$\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = \frac{-\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} \quad (9)$$

Ou seja, a variação percentual das quantidades a adquirir é inversa em relação a variação do preço e igual ao peso percentual da variação absoluta do preço no novo preço.

Todavia, sabendo que se desconhecem os resultados que se esperam de um estudo do tipo, dado que a condição da maioria dos consumidores do produto no mercado pode não ser aquela em que todos ainda não tenham atingido a utilidade máxima e que nem todos respondam com redução ou aumento das quantidades a adquirir face a um aumento ou diminuição do preço do bem, respectivamente, alguns podendo ser classificados como consumidores normais², outros marginais³ e outros ainda como consumidores impossibilitados⁴, então, para ponderar estas particularidades dos mercados, a expressão (9) pode ser transformada na igualdade abaixo.

$$\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = -\omega \frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} \quad (10)$$

Onde $\omega > 0$ (podendo ser igual a 1, maior que 1 e menor que 1, em virtude de qual das situações possíveis acima descritas é mais predominante no mercado a dada altura e a um dado nível de preço).

A igualdade (10) pode ainda ser expressa conforme a seguinte equação:

$$\Delta Q_{Dt} = -\omega Q_{Dt-1} \frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} \quad (11.1)$$

Deste modo, considerando que a expressão (11.1) equivale a $\Delta Q_{Dt} = F(\Delta P_t)$ (variação das quantidades procuradas como função da variação do preço), pode avaliar-se a consistência prática desta relação com base nos princípios básicos que norteiam o comportamento dos consumidores. Assim, em alusão aos pressupostos de análise utilizados para a constatação do alinhamento prático do modelo tradicional de elasticidade (como variam as quantidades procuradas quando a variação do preço tende para infinito e como variam as quantidades procuradas quando a variação do preço é negativa e tende para o valor absoluto do preço), então, temos que,

$$\lim_{\Delta P \rightarrow -P_{t-1}} \Delta Q_{Dt} = -\omega Q_{Dt-1} \frac{\lim_{\Delta P \rightarrow -P_{t-1}} \Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} = +\infty.$$

Ou seja, quando a variação do preço é negativa e o seu valor absoluto tende ao valor nominal do preço, então o preço tende para zero, e para preços próximos de zero, ou quando este é efectivamente zero, a procura tende para infinito. Os consumidores requisitarão tal bem (económico) de forma ilimitada, pois

2 Aqueles consumidores que adquirem o bem em quantidades médias para o consumo, podendo obter uma utilidade satisfatória das mesmas, sem que, no entanto, tenham atingido a utilidade máxima.

3 Aqueles que adquirem as quantidades mínimas possíveis, sem poderem, no entanto, atingir uma utilidade satisfatória sobre o mesmo bem.

4 Aqueles que, efectivamente, não podem adquirir tal bem por condicionamento de seus rendimentos, mas que podem ficar habilitados a adquirir o bem através de determinado nível de variação negativa do preço.

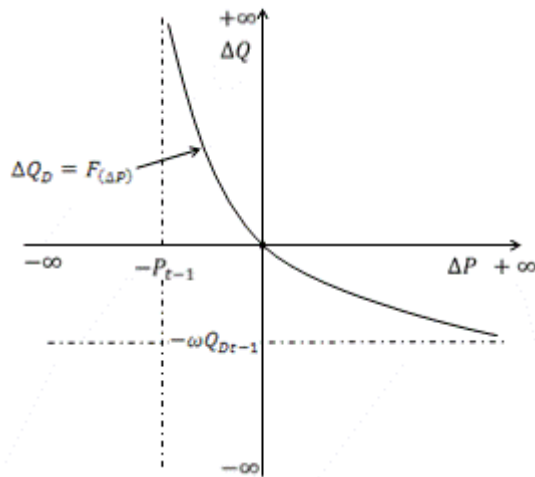
outros fins nascerão por via do mesmo bem, mesmo que a sua utilidade máxima de consumo já tenha sido atingida.

Quando a variação do preço é infinitamente grande, então a variação esperada na procura do bem será dada pela expressão $-\omega Q_{Dt-1}$, onde, para $\omega=1$, a variação das quantidades procuradas equivaleria a uma grandeza negativa do valor nominal das quantidades procuradas. Isto é,

$$\lim_{\Delta P \rightarrow +\infty} \Delta Q_{Dt} = -\omega Q_{Dt-1} \frac{\lim_{\Delta P \rightarrow +\infty} \Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} = -\omega Q_{Dt-1}.$$

Assim, para $\omega=1$, temos que $\Delta Q_{Dt} = -Q_{Dt-1}$, o que implica que $Q_{Dt} = 0$, ou seja, $Q_{Dt} = Q_{Dt-1} + \Delta Q_{Dt} \rightarrow Q_{Dt} = Q_{Dt-1} - Q_{Dt-1} = 0$. O mesmo será dizer que, quando o preço (fruto da sua variação infinitamente grande) tende a ser excessivamente elevado e fora das possibilidades de qualquer consumidor, então ninguém adquire aquele bem. Percebe-se do raciocínio acima que, apesar de assumidas hipóteses remotas e socialmente difíceis de acontecer, o modelo da expressão (11.1) responde satisfatoriamente àquilo que se pode depreender do senso prático, estando em linha com o modelo funcional logarítmico de elasticidade da expressão (2), na medida em que permite obter as mesmas conclusões, teórica e economicamente coerentes com a realidade psicológica sobre comportamento dos consumidores. Graficamente, a expressão (11.1) apresentará o seguinte formato:

Gráfico 2 – Elasticidade-preço da procura ajustada (a partir do presente estudo).



De onde se podem observar de forma clara as conclusões abordadas nas entrelinhas acima.

Da expressão (11.1), temos que $-\omega$ é uma magnitude desconhecida, não observável. O seu valor pode ser obtido isolando-a da expressão $\Delta Q_{Dt} = -\omega Q_{Dt-1} \frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t}$. Deste modo, temos que

$$\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = -\omega \frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t} \rightarrow \frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}} = -\omega \frac{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}}{1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}} \quad (11.2)$$

E, isolando $-\omega$, obtemos

$$-\omega = \left(\frac{\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}}}{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}} \right) \left(1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (12)$$

Ou

$$-\omega = \frac{\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}}}{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t}} \quad (13)$$

Do produto da expressão (1) denota-se que, para todo o período t , $\frac{\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}}}{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}}$ é a expressão para o modelo tradicional de elasticidade. A multiplicação por $1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}$ corresponde ao ajustamento ao modelo tradicional.

$|\omega|$ é, deste modo, a elasticidade-preço da procura ajustada que se procurava e que, por analogia, será representada por E'_{pd} , que será, assim, calculada por via da expressão modular seguinte:

$$E'_{pd} = \left| \left(\frac{\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}}}{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}} \right) \left(1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \right) \right| \quad (14)$$

Ou

$$E'_{pd} = E_{pd} \left(1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (15)$$

Ou ainda, como referência à expressão (13),

$$E'_{pd} = \left| \frac{\frac{\Delta Q_{Dt}}{Q_{Dt-1}}}{\frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t}} \right| \quad (16)$$

Da expressão (11.1), e considerando que, como evidenciado acima, $|\omega| = E'_{pd}$, temos que $\Delta Q_{Dt} = E'_{pd} Q_{Dt-1} \frac{\Delta P_t}{P_{t-1} + \Delta P_t}$, donde resulta que:

$$\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t} = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1} + \Delta P_t} \quad (17)$$

Sabendo que $\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t} = Q_{Dp}'$ (a variação das quantidades procuradas em relação a variação do preço é igual à derivada da função procura em relação ao preço), então $Q_{Dp}' = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1} + \Delta P_t}$. É possível conhecer o valor de Q_{Dp}' quando os valores de ΔP_t tendem para zero, aplicando limites. Deste modo,

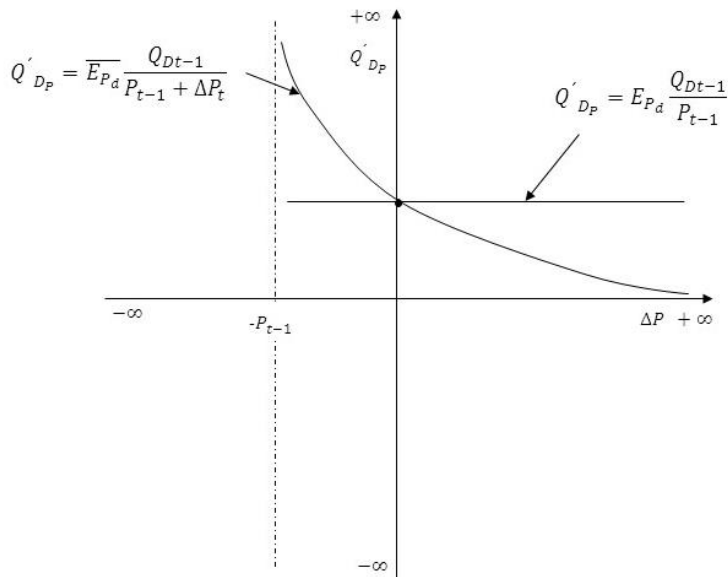
$$\lim_{\Delta P_t \rightarrow 0} Q_{Dp}' = E'_{pd} Q_{Dt-1} \lim_{\Delta P_t \rightarrow 0} \frac{1}{P_{t-1} + \Delta P_t} = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1}}$$

No ponto, $\Delta P_t = 0$ temos que $Q_{Dp}' = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1}}$. Assim, quando a variação do preço são valores infinitesimais e muito próximos de zero, o resultado é que $\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t} = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1}}$. Isto é:

$$\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t} = E'_{pd} \frac{Q_{Dt-1}}{P_{t-1}} \text{ se, e somente se } \Delta P_t \rightarrow 0 \quad (18)$$

Graficamente,

Gráfico 3 – Derivada da procura em relação ao preço: modelo tradicional de elasticidade-preço da procura versus modelo de elasticidade-preço da procura ajustada (a partir do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura e do modelo de elasticidade-preço da procura ajustada ora proposto).



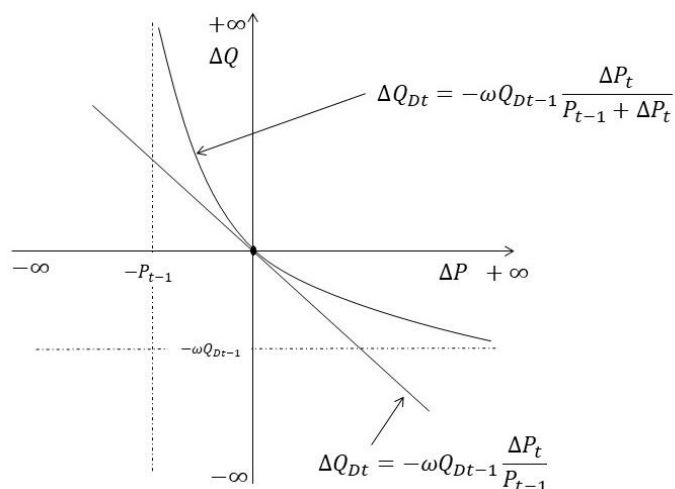
Para o modelo tradicional de elasticidade, a derivada da função procura com respeito ao preço é uma constante, ou seja, qualquer que seja a variação do preço, o rácio $\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t}$ (variação das quantidades procuradas sobre a variação do preço) apresenta um valor fixo.

No modelo ajustado, este rácio é menor quanto maior for a variação positiva do preço. Assim, com base nos pressupostos assumidos, o efeito da variação positiva do preço sobre a variação das quantidades é cada vez menor em termos de magnitude. Isto é, subidas de preço de um bem normal provocam redução da procura, mas esta redução é cada vez menor para magnitudes iguais de variação positiva de preço, em termos de valor absoluto.

Para reduções de preço, deduz-se que, quanto maiores forem estas, tanto maiores serão os acréscimos no nível de procura do bem. Por assim dizer, uma diminuição igual do preço em valor absoluto no momento actual causa um aumento maior sobre o volume das quantidades procuradas no momento actual do que aquele que terá sido causado pelo mesmo nível de diminuição do preço, em termos absolutos, no momento anterior. Deste modo, o valor absoluto do rácio $\frac{\Delta Q_{Dt}}{\Delta P_t}$ é cada vez maior para níveis iguais de diminuição de preço, sob a restrição $\Delta P_t \geq -P_{t-1}$.

Percebe-se desta forma que, para todo o período t , a expressão (1), relativa ao modelo tradicional de elasticidade-preço da procura, é igual à expressão (18) relativa à elasticidade-preço da procura ajustada quando as variações de preço são infinitesimais e tendentes para zero. Consequentemente, $E_{pd} = E'_{pd}$ quando $\Delta P_t \rightarrow 0$, ou seja, a elasticidade-preço da procura é igual à elasticidade-preço da procura ajustada, apenas quando o preço apresenta variações infinitesimais. Conclui-se, portanto, que o modelo formal utilizado para o cálculo da elasticidade-preço da procura — referência a expressão (1) — é um caso limite do presente modelo ajustado para o cálculo de elasticidade-preço da procura para as situações em que se registam pequenas variações de preço, com magnitudes próximas de zero, como se pode notar no gráfico que se segue, onde se apresentam, de forma comparativa, as curvas de ambos os modelos, em termos de variação absoluta do preço e das quantidades.

Gráfico 4 – Variação absoluta da procura em relação à variação do preço: modelo tradicional de elasticidade-preço da procura versus modelo de elasticidade-preço da procura ajustada (a partir do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura e do modelo de elasticidade-preço da procura ajustada ora proposto).



De realçar que, para variações positivas ou negativas com magnitudes elevadas, o modelo tradicional de elasticidade-preço da procura pode apresentar valores que se distanciam da realidade e do senso comum, quando o presente modelo, atento a estas situações, corrige o problema e apresenta, para o mesmo nível de variações de preço, resultados que se aproximam muito mais da realidade, entrando em consonância com os princípios económicos que alicerçam as noções de elasticidade-preço da procura.

O acima exposto baseia-se no facto de que:

1. Ao ocorrerem variações positivas de preço de significativa amplitude, contanto que a amplitude é pequena ou grande, dependendo do nível de preço que precede tal variação:

a. Observa-se uma variação negativa da procura, que, em termos absolutos, é menor do que a variação negativa esperada resultante das projecções do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura.

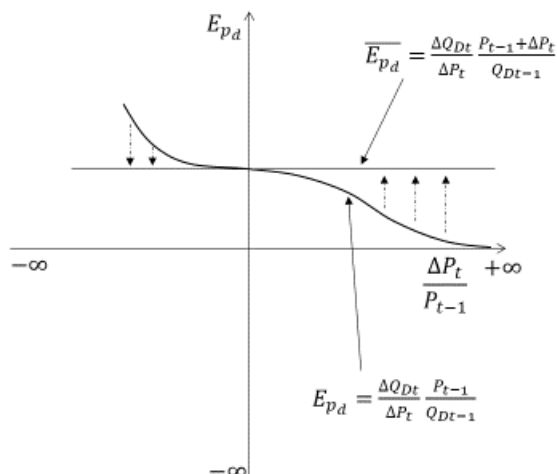
b. Esta ocorrência dá lugar a que a elasticidade-preço da procura calculada com base numa variação positiva de preço de amplitude inferior apresente um valor estatisticamente superior em relação à calculada com base numa variação positiva de preço de amplitude superior. E, deste modo, a elasticidade calculada será cada vez menor quanto maior for a amplitude de variação positiva apresentada pelo preço, e vice-versa. Neste âmbito, a amplitude deve ser aqui compreendida como a magnitude da variação percentual do preço.

2. A ocorrência de variações negativas de preço de larga amplitude situa a correspondente variação positiva da procura acima daquela que pode ser gerada pelo modelo tradicional, fazendo que, a elasticidade da procura calculada nesta situação seja maior do que aquela que fora calculada no momento em que a variação percentual negativa do preço tenha ocorrido a uma amplitude inferior.

a. Deste modo, quanto maior for a amplitude de variação negativa do preço, tanto maior será a elasticidade-preço da procura calculada por via do modelo tradicional de elasticidade expresso na equação (2), e vice-versa.

Em suma, a magnitude do valor absoluto da elasticidade calculada por via do modelo tradicional dependerá, além da amplitude da variação relativa do preço, do sentido da variação observada, isto é, se positivo ou negativo, dado que, considerando a constância do rendimento dos consumidores, em variações positivas dramáticas de preço (em termos percentuais), não obstante estes ripostarem com a redução das quantidades a adquirir, tal redução é menor em termos percentuais do que o aumento (percentual) que se regista quando ocorre uma diminuição percentual do preço de magnitude igual. Este facto em si está na base de a elasticidade-preço da procura calculada por via do modelo tradicional não ser constante.

Gráfico 5 – Variação do coeficiente de elasticidade-preço da procura em relação à variação do preço: modelo tradicional de elasticidade-preço da procura versus modelo de elasticidade-preço da procura ajustada (a partir do modelo tradicional de elasticidade-preço da procura e do modelo de elasticidade-preço da procura ajustada ora proposto).



No gráfico acima apresenta-se com mais clareza o raciocínio exposto nas linhas precedentes; e, como referido, o ajustamento necessário dá-se com a multiplicação da elasticidade-preço da procura tradicional pela unidade mais a variação percentual do preço, conforme modelo de elasticidade-preço da procura ajustada da equação (15), cujo efeito, aqui representado pelas setas descendentes e ascendentes, será trazer a elasticidade-preço da procura ao nível da elasticidade preço da procura ajustada, sendo esta constante, com respeito à magnitude de variação percentual do preço.

4 Conclusão

O modelo tradicional de elasticidade-preço da procura da equação (1), ao propor que o valor absoluto da variação percentual positiva da procura face a uma variação percentual negativa do preço é igual ao valor absoluto da variação percentual negativa da procura face a uma igual variação percentual positiva do preço em termos absolutos, estará a distanciar-se da realidade e a alimentar o equívoco da variabilidade da elasticidade diante de determinados cenários de comportamento de preços, visto que tal igualdade não se regista (pelo menos com variações percentuais de preço de larga escala), pois, o valor absoluto da variação percentual da procura é maior quando esta responde a variações percentuais negativas de preço do que a variações percentuais positivas de preço, de magnitudes iguais.

Conclui-se portanto que as variações da elasticidade preço da procura motivadas pelo preço, suas variações e sentido de suas variações devem-se ao facto de a expressão matemática do modelo tradicional de elasticidade não se ajustar coerentemente com os fundamentos da teoria económica e do comportamento dos consumidores, quando estes encontram-se sujeitos a condicionalismos específicos como a inalterabilidade do orçamento, ante determinados cenários de variação de preço de considerável amplitude.

Por outro lado, a excessiva subordinação da economia à matemática vem dando lugar a que o formalismo matemático aplicado a muitos princípios da teoria económica seja o resultado de uma aplicação apressada da matemática à economia, e não de uma observação cuidadosa, atenta e exaustiva sobre o comportamento dos consumidores e as leis que regem suas interações, contanto que, tais leis se alicerçam na psicologia humana e nas restrições económicas com efeito pragmático sobre as decisões da mente do ser humano.

Referências

- Andrade, João Sousa. Apontamentos de Econometria Aplicada. Dezembro de 2001 — Maio 2004), Lisboa: Texto Editores, (2004).
- Botelho, Delane. Estimação conjunta das elasticidades-preço da escolha da marca e da quantidade comprada com dados escaneados. Fundação Getulio Vargas: Escola de Administração de Empresas de São Paulo, tese de doutoramento (2003).
- Carbaugh, Robert J.. Economia Internacional. Brasil: Pioneira Thompson Learning, (2004); traduzido do original International Economics (1946).
- Carroll, Christopher D. Death to the Log-linearized Consumption Function! (And Very Poor Health to the Second-Order Approximation. Artigo no Jornal Advances in Macroeconomics: Vol. 1: No. 1, Artigo 6, ano 2001.
- Chiang, A. C. Fundamental methods of mathematical economics. USA: McGraw-Hill 3.^a edição (1984).
- Dornbush, R., Fischer, S., e Startz, R.. Macroeconomia. São Paulo: McGraw-Hill, 2009: traduzido do original Macroeconomics 10th edition (2009).
- Fuente, Angel de la. Métodos e modelos matemáticos para economistas. Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, (2002).
- Gavious, Arieth, e Lowengart, Oded. The dynamics of price elasticity of demand in the presence of reference price effects. Artigo em Journal of the Academy of Marketing Science, Dezembro 2005.
- Maor, Eli. “e: A história de um número” 5.^a edição. Rio de Janeiro, São Paulo: Editora Record (2008), traduzido do original “e: the story of a number” Princeton University Press (1994).
- Marshall, Alfred. Principles of Economics, 8.^a edição. Nova Iorque: Editora Palgrave MacMillan, reimpressa em 2013 (1.^a edição 1920).
- Montgomery, Douglas C., e Runger George C.. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. Brasil: LTC — Livros técnicos e científicos Editora S.A. 2.^a ed. traduzido do original Applied Statistics and Probability for Engineers (1999) 2nd edition (2003).
- Pindyck, Robert S., e Rubinfeld, Daniel L.. Econometria-Modelos e previsões. Rio de Janeiro: Elsevier, traduzido do original Econometrics models and economic forecasts 4th ed. (2004).
- Pires, Cesaltina. Cálculo para economia e gestão. Portugal: Escolar Editora, (2011).
- Sydsaeter, K., e Hammond, P. J. Mathematics for economic analysis. USA: Prentice-Hall, (1994).
- Vali, Shapoor. An interesting Case of Quadratic Demand Function Or “Wall-Mart/Apple” Effect. Artigo no Journal of Contemporary Management, de 21/01/2016, I.D. 1929-0128-2016-03-42-05.
- Wooldridge, Jeffrey M.. Introdução à econometria-uma abordagem moderna. Brazil-São Paulo: traduzido da 2.^a edição do original, Introductory econometrics-A modern approach (2006).

